

## Exercício 27 (Cap. 6 do livro)

- a) Qual a probabilidade de se concluir, recorrendo aos referidos inquéritos, que o ganho de quota de mercado tinha sido superior a 5 pontos percentuais?

Seja  $\bar{X}_1$  a quota de mercado antes da campanha publicitária e  $\bar{X}_2$  a quota de mercado depois da campanha publicitária então pretende-se calcular o seguinte:

$$P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 > 0.05)$$

Os dois inquéritos realizados constituem duas amostras de dimensão grande e portanto pode-se aplicar o teorema de De Moivre-Laplace:

$$\bar{X}_1 \stackrel{a}{\sim} N\left(\theta_1, \frac{\theta_1(1-\theta_1)}{m}\right) \text{ com } \theta_1 = 0.08 \text{ e } m = 100$$

$$\bar{X}_2 \stackrel{a}{\sim} N\left(\theta_2, \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n}\right) \text{ com } \theta_2 = 0.1 \text{ e } n = 300$$

Com base nestas duas distribuições resulta que

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{m} + \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n}}} \stackrel{a}{\sim} N(0, 1)$$

$$P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 > 0.05) = P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 < -0.05) = P\left(\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{m} + \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n}}} < \frac{-0.05 - (0.08 - 0.1)}{\sqrt{\frac{0.08(1-0.08)}{100} + \frac{0.1(1-0.1)}{300}}}\right) \approx$$

$$\approx \Phi(-0.93) = 1 - \Phi(0.93) = 1 - 0.8238 = 0.172$$

- b) Qual a probabilidade de os inquéritos concluírem por uma perda de quota de mercado?

$$P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 < 0) = P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 0) = 1 - P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq 0) = 1 - P\left(\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{\frac{\theta_1(1-\theta_1)}{m} + \frac{\theta_2(1-\theta_2)}{n}}} \leq \frac{0 - (0.08 - 0.1)}{\sqrt{\frac{0.08(1-0.08)}{100} + \frac{0.1(1-0.1)}{300}}}\right) \approx$$

$$\approx 1 - \Phi(0.62) = 1 - 0.7324 = 0.2676$$